Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade de Ribeirão Preto
Programa de Pós-Graduação em Economia Aplicada
Disciplina: REC5002-7 Macroeconomia **Prof. Dr. Luciano Nakabashi**
2ª prova – 15 de Julho 2020 **Aluno:**
Favor, escrever as respostas a caneta. Período da prova – 14:00 até 16:30.
As provas devem ser realizadas individualmente.

1 – Encontre as trajetórias das variáveis de controle (u), estado (y) e coestado (λ) que maximiza (1,00):

$$V = \int_0^8 6y dt$$

Sujeito a

$$\dot{y} = y + u; \quad y(0) = 10; \quad y(8) = 4$$

Em que $\dot{y}$ é a derivada de y em relação ao tempo.
Refaça o problema anterior considerando $y(8)$ livre, com $u(t) \in [0,2]$ (1,00).

2 – Considere o modelo de Ramsey, onde a função de produção é:

(2.1) $Y = Y(K, AL) = K^{\alpha}(AL)^{1-\alpha}$

em que Y é o produto, K é o estoque de capital e L a quantidade do fator trabalho, sendo que este cresce a uma taxa constante e exógena n. A função de produção exibe retornos constantes de escala, produto marginal positivo e decrescente nos fatores de produção K e L.
Considere que a equação de movimento do capital é dada pela seguinte equação:

(2.2) $\dot{K} = Y - C - \delta K$

onde $\dot{K}$ é a derivada de K em relação ao tempo, C é o consumo agregado e δ é a taxa de depreciação do capital. Considere ainda a seguinte função utilidade intertemporal:

(2.3) $\int_0^{\infty} U(c)\, L(t) e^{-\rho t} dt$

em que ρ é a taxa de desconto intertemporal, sendo constante e exógena e $c = C/L$.

a) Maximize (2,00):

$$\int_0^{\infty} U(c) e^{-rt} dt$$

onde $r = \rho - n > 0$ e $U(c) = \frac{c(t)^{1-\theta}}{1-\theta}$; com $\theta > 0$
Sujeito à equação de movimento do capital e considerando que $k(0) = k_0$
em que $k = K/L$, $y = Y/L$ e $\dot{k}$ é a derivada de k em relação ao tempo.

b) Construa e explique o diagrama de fase em c e k. O que garante que a economia chega em um ponto de equilíbrio estável (1,50)?

c) O que acontece caso ocorra um crescimento em ρ. Explique utilizando o diagrama de fase em c e k (0,50).

3 – Dois fatores de produção, capital $K(t)$ e recursos naturais $R(t)$ são utilizados na produção do bem Q de acordo com a função de produção

(3.1) $Q = AK^{1-\alpha}R^{\alpha}$; $\quad 0 < \alpha < 1$

O bem Q deve ser consumido, levando a uma utilidade $U(C) = lnC$, em que C é o consumo, ou investido $(Q = C + I)$, onde I é o investimento. O montante total de recursos naturais que podem ser extraídos é de X_0. O objetivo é maximizar a função utilidade:

(3.2) $\int_0^T lnC(t)dt$

Sujeito a

(3.3)

$\dot{X} = -R$;	para todo $t \in [0, T]$	$X(0) = X_0$;	$X(T) = 0$
$\dot{K} = AK^{1-\alpha}R^{\alpha} - C$;	para todo $t \in [0, T]$	$K(0) = K_0$;	$K(T) = 0$
		$C \geq 0$;	$R \geq 0$

O estoque remanescente de recursos naturais é $X(t)$. Os estoques de terminais de recursos naturais e de capital físico são iguais a zero porque eles não possuem valor em T.
É conveniente definir $y(t) = R/K$. Utilizando a razão entre os estoques de recursos naturais e capital físico em (3.3), temos

(3.4)

$\dot{X} = -Ky$;	para todo $t \in [0, T]$	$X(0) = X_0$;	$X(T) = 0$
$\dot{K} = AKy^{\alpha} - C$;	para todo $t \in [0, T]$	$K(0) = K_0$;	$K(T) = 0$
		$C \geq 0$;	$R \geq 0$

Considerando (3.2) e (3.4), encontre a trajetória ótima de consumo entre $[0, T]$ (4,00).

Boa Prova!